

# 有限空間下之自動化雙邊生產線平衡

## Automatic Two-Sided Assembly Line Balancing for Constrained Space Consideration

藍俊雄

南華大學企業管理系教授  
嘉義縣大林鎮中坑里南華路一段 55 號  
chlan@mail.nhu.edu.tw

陳輝恭

南華大學企業管理系管理科學碩士生  
嘉義縣大林鎮中坑里南華路一段 55 號  
g7157016@mail1.nhu.edu.tw

李舒怡

南華大學企業管理系管理科學碩士生  
嘉義縣大林鎮中坑里南華路一段 55 號  
g7157018@mail1.nhu.edu.tw

### 摘要

生產設計的良好與否，對製造業的生產成本與獲利能力，存有顯著的影響。而就生產製造來說，良好的生產率是維持競爭力的重要關鍵。長久以來，生產線平衡的研究主要在討論單邊生產線的平衡問題；近年來，由於產品多樣化造成零工生產的主流時代來臨，而在廠房空間侷限下，對於多產品生產線的籌設，實有困難存在。因此，對擁有較小佈置空間的雙邊生產線需求也日益增加。有鑑於此，在有限空間下進行雙邊生產線的最適生產速率的佈置，就成爲一實務上之重要問題，因此本研究主要探討雙邊生產線平衡之型二問題，以求取最適的周程時間。本研究主要建構一個整數非線性規劃(integer nonlinear programming, INLP)數學模型來描述雙邊生產線平衡之型二問題情形，應用套裝軟體Lingo 9.0的語法將上述模式具體化，且藉由軟體內建的Global Solver作全域搜尋、運算，取得最佳解。同時本研究亦嘗試將各工作站中可同步作業的單元進行同步化的考量，以使製造者不致低估其生產率及高估空間使用率，以錯失獲利。

**關鍵詞：**雙邊生產線平衡、型二問題、周程時間、LINGO 9.0

### Abstract

The production design will affect the production costs and its profitability of manufacturing enterprise. A good production rate plays the important role in keeping the competitiveness for manufacturing industry. The major discussion of assembly line balancing problem is to investigate the one-sided assembly line balancing problem. The Job-Shop production becomes main streams for manufacturing industry because of the diversities of

## 2 有限空間下之自動化雙邊生產線平衡

products. The diversities of products also lead the spatial problem for the deployment of multi-product production lines. Thus, the necessity of two-sided assembly line deployment is arising. Whenever the space is constrained for practical situations, the determination of optimal production rate becomes the serious problem under the fixed deploying area. Therefore, this study tries to investigate the type II problem of two-sided assembly line balancing to find out the optimal cycle time. This study mainly constructs an Integer Nonlinear Programming (INLP) mathematical model to describe the situation of two-sided assembly line, and apply syntax Lingo 9.0 extended version to specifies the above model by the software built-in solving method “Global Solver” for global search, operations and obtain optimal solution. In addition, this study tries to consider the synchronous of the production elements in the same workstation to avoid the underestimation of production rate and the overestimation of occupied rate of space.

**Keywords:** Two-sided Assembly Line Balancing, Type II Problem, Cycle Time, LINGO 9.0

### 壹、前言

對製造業而言，生產線為其主要的管理對象，是一個分秒必爭的重要部門；在一天二十四小時之中，生產線浪費一分鐘就少了一分鐘的生產實績，是無法補救回來的。因此，生產設計的良莠與否，對製造業的生產成本與獲利能力，存有顯著的影響。而生產線平衡(Assembly Line Balancing, ALB)係指在產製產品時，依特定合理途徑，使每個工作站的工作負荷、完工時間與產出量都以相同的速度完成，其目的在使生產線的閒置時間最小化，以達勞工與設備的高度使用率(傅和彥，2005)。即是一種將多個工作單元佈置到多個工作站當中，使每一工作站所需花費的時間盡可能地相等，並滿足生產時所要求的各種限制條件下，達到最大的生產效率或最適之周程時間，因此生產線平衡可降低生產成本、獲得利潤。綜言之，就生產製造來說，良好的生產率是維持競爭力的重要關鍵。

有關生產線平衡的問題，長久以來都有許多國內外學者不斷的研究與討論。最早的研究是在1954年Bryton定義關於生產線平衡問題，開啓了這個學門的研究；隔年1955年Salveson首先建構生產線平衡問題的數學模型，並提出一個數量化的求解步驟(Erel and Gokcen, 1999)；且之後的研究大多集中於使用啓發式演算法，解決不同類型的平衡問題並求得最佳解的近似解，Kim等學者於2009年提出一種數學模型與遺傳演算法，解決雙邊生產線平衡問題；Ozcan & Toklu於2009年的研究提出一種數學模型解決雙邊生產線平衡問題，即使用優先目標規劃法處理精確的目標，而模糊的目標則使用模糊目標規劃法。此外，生產線平衡問題可分為兩種類型進行研究與討論，分別為型一問題(Type I Problem)與型二問題(Type II Problem)。型一問題是在給定的周程時間(即生產率)、工作單元數目、工作單元之作業時間和優先順序的要求下，求取最小化的工作站為其目標。型二問題則是在工作站數目或生產人員固定的情況下，給定工作單元數目、工作單元之作業時間和優先順序等參數，目標是求取周程時間之最小化和最大化其生產率。上述之平衡問題，一般發生在組織要利用固定的工作站數目，且沒有購買新的機器或擴大設備的情況下，生產最佳化的產品數量(Haq *et al.*, 2006)。因此，本研究所探討之型二問題，

其目的是求取最適之周程時間。

生產線平衡問題亦可分為單邊生產線平衡問題與雙邊生產線平衡問題。雙邊生產線是在單邊生產線的基礎上，將其原來的工作位置一分為二，分成左右兩側的工作站。然而序列式生產線對於單邊生產線平衡並不重要，因其在佈置過程中，只要驗證工作單元的優先順序。而在雙邊生產線的情況下，這是影響有效率分配工作單元的關鍵因素。因為佈置到工作位置兩側的工作單元，將可能會干擾工作單元佈置的優先順序，因而產生等待時間(即閒置時間)。故工作單元的佈置，需要等待對面或同邊工作站的前置工作單元完成後，才能向下作業。此外，雙邊生產線能夠有效地轉換單邊生產線不能處理的問題，並提供下列的優點：縮短生產線長度、減少生產時間、降低工具和設備的成本，以及減少材料處理、工人動作和設定時間(Bartholdi, 1993)。

雖然有文獻支持生產線平衡，卻鮮少有關於雙邊生產線平衡的文獻，但雙邊生產線仍被認為相當重要，特別是在生產大型的產品，如巴士或卡車(Kim, Kim & Kim, 2000)。近年來，隨著市場競爭程度的增加，顧客傾向多樣性產品的購買行為，而企業則以產品多樣化的策略因應競爭激烈的市場。Groover (1991)依照所製造的產品之數量來分類，分類方式包括三種生產型態：多種少量生產(job shop production)、成批生產(batch production)和大量生產(mass production)。在使用多種少量之生產型態下，造成企業以零工生產的方式進行生產活動；且在廠房有限空間的情況下，對於多產品生產線的機台佈置是有困難存在。因此，對於擁有較小佈置空間的雙邊生產線需求也就日益增加。

同步工程的定義為「在設計階段，聚集設計人員和製造工程人員，同時研發產品和製程」，本研究將同步工程的哲理導入雙邊生產線平衡問題之中，其主要目標在於改善整體生產線的生產效率(即周程時間)。即在將工作單元佈置到工作站中，若工作單元無優先順序之關係，則位在同一工作位置兩側的工作站可同步施行生產，使得所有工作站的作業時間機近相等，以不致於低估生產率而耗費時間與資源。且在不低估生產率的情況下，對於生產線的製造機台也能夠有適度安排，以不致浪費廠房空間並高估空間使用率。因此，本研究亦嘗試將各工作站中可同步作業的單元進行同步化的考量，以使製造者不致低估其生產率及高估空間使用率，以錯失獲利。

對於雙邊生產線的配置，可由圖1表示，其與單邊生產線平衡問題不同。雙邊生產線平衡問題不僅要考慮工作單元的優先順序關係，並還要考慮工作單元的操作方位要求。故雙邊生產線平衡問題，將工作單元分為三類：左邊(Left, L)、右邊(Right, R)以及其他(Either, E)型；並在大多數的情況下，每個工作位置(workplaces)都有兩個工作站，如圖1中的工作站1與工作站2，以直接面對面的方式，在各自的工作站上獨立作業。

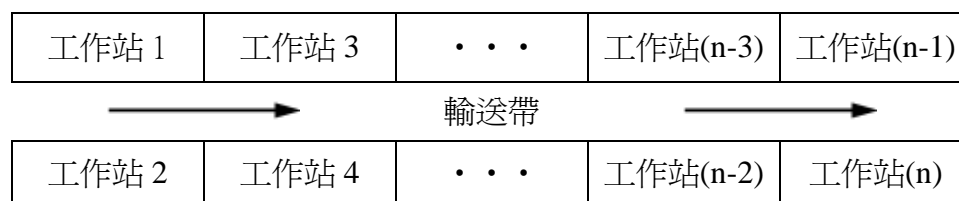


圖1 雙邊生產線的配置

資料來源：本研究整理

#### 4 有限空間下之自動化雙邊生產線平衡

因此，本研究將建構一個整數非線性規劃(integer nonlinear programming, INLP)數學模型來處理雙邊生產線平衡之型二問題；此外，在求解方面則應用套裝軟體Lingo 9.0的語法將上述模式具體化，並藉由軟體內建的Global Solver作全域搜尋、運算，求取最佳解。

### 貳、研究假設與符號說明

以下兩節將有關本研究所需的所有假設及符號，加以詳細說明與介紹。

#### 一、研究假設

- (一)、假設工作單元之作業時間為已知；
- (二)、假設工作單元之操作方位為已知；
- (三)、假設工作站之數目為已知；
- (四)、假設工作單元若無優先順序之排序，則可同步施行生產；

#### 二、符號說明

$i$ ：工作單元編號， $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ；

$k$ ：工作站編號， $k = 1, 2, 3, \dots, m$ ；

$W_R$ ：必須分配到生產線右邊的工作單元；

$W_L$ ：必須分配到生產線左邊的工作單元；

$W_E$ ：分配到生產線右邊或左邊均可的工作單元；

$P_i$ ：為一集合，集合中的元素為緊鄰工作單元 $i$ 之所有前置工作單元所形成；

$F_i$ ：為一集合，集合中的元素為緊鄰工作單元 $i$ 之所有後置工作單元所形成；

$CT$ ：生產週期時間；

$T_i$ ：工作單元 $i$ 的作業時間；

$ES_i$ ：工作單元 $i$ 的最早開工時間；

$EF_i$ ：工作單元 $i$ 的最晚開工時間；

$X_{ik}$ ：二元變數， $\begin{cases} 1, & \text{第}i\text{個工作單元佈置在第}k\text{個工作站内；} \\ \text{否則爲} 0; \end{cases}$

### 參.建構數學模式

本研究將建構一個以求取周程時間最小化為目標之整數非線性規劃(Integer Nonlinear Program, INLP)模型，以下為本模型之目標式與限制式。

目標式：

$$\min CT \quad (1)$$

限制式：

$$\sum x_{ik} = 1, i = 1, 2, 3, \dots, n; \quad (2)$$

$$\sum kX_{jk} - \sum kX_{ik} \geq 0, \forall j \in F_i; \quad (3)$$

$$\sum X_{ik} = 0; \quad (4)$$

If  $X_{ik} \in W_R$ , 且  $k$  為偶數時, 或  $X_{ik} \in W_L$ , 且  $k$  為奇數時;

$$ES_i = 0, \forall i \in \text{起始工作單元}; \quad (5)$$

$$EF_i = T_i + ES_i; \quad (6)$$

$$ES_j = \text{Max}\{EF_i, \forall i \in P_j\}; \quad (7)$$

$$\sum X_{ik} T_i \leq CT, \forall k; \quad (8)$$

方程式(1)表示本數學模型的目標式，目標為將所有的工作單元佈置到工作站中，並符合工作單元之優先順序與操作方位，求取周程時間最小化；方程式(2)表示所有的工作單元都必須佈置到工作站上，且每個工作單元只能佈置到一個工作站中；方程式(3)表示工作單元的佈置必須滿足優先順序關係，確保各工作單元的後續工作單元不會佈置到該工作單元之前的工作站中；方程式(4)表示操作方位為右邊作業的工作單元，不能安排到生產線的左邊作業，反之，在左邊作業的工作單元，不能安排到生產線的右邊作業；方程式(5)表示起始工作單元的最早開始時間均從0開始；方程式(6)表示工作單元i的最早完工時間，等於其最早開工時間與作業時間相加；方程式(7)表示工作單元j的最早開工時間，等於其所有前置工作單元之最早完工時間取最大值；方程式(8)表示佈置到工作站中的工作單元，其作業時間與等待時間之總和不得超過周程時間。

#### 肆. 數值範例與分析探討

本研究藉由一擁有工作單元作業時間與操作方位之數值範例，進行說明如何求解雙邊生產線平衡之型二問題，即在工作站固定的情況下，並滿足工作單元之優先順序與操作方位之限制，求取周程時間最小化。

##### 一、數值範例

本範例依據各個工作單元的優先順序關係繪製成網路先行圖(如圖2所示)，其中以節點做為工作單元的符號，而以箭頭連結各節點用來表示執行各工作單元之順序。圖2中顯示共有16個工作單元(由1到16)，欲佈置到8個工作站中；並且圖中的工作單元1，其作業時間為6分鐘，操作方向為E型，用(6, E)表示之，故數值範例中所有的工作單元其所需的作業時間及操作方向，皆標示於各節點之上方。

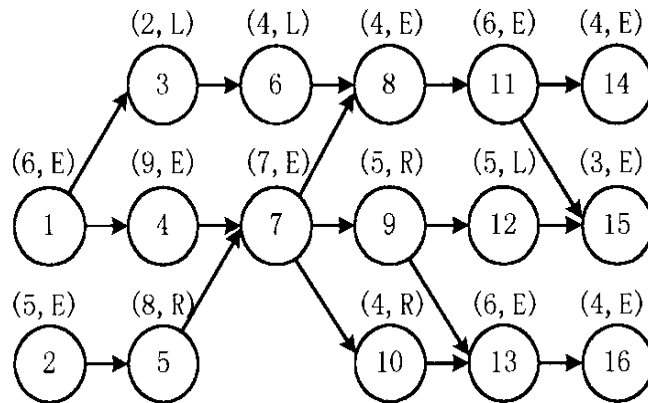


圖2 網路先行圖

資料來源：(吳爾飛等，2005)

## 二、分析探討

本研究依據數值範例，建立一個整數非線性規劃(INLP)模式來求解雙邊生產線平衡之型二問題，並應用套裝軟體Lingo 9.0的語法將上述模式具體化，且藉由軟體內建的Global Solver作全域搜尋、運算，取得最佳解。在使用Lingo軟體將模式具體化時，首先要完成集合宣告與資料輸入，再下達數學模式之目標式與限制式(可參閱參、數學模式建構)。

本範例模型中共有185個變數，其中非線性變數為142個、整數變數為112個；限制式共有221條，其中非線性限制式有131條，此模式歸類為一整數非線性規劃(Integer Nonlinear Programming, INLP)模式，應用套裝軟體Lingo求解狀態，如圖3所示。本範例求出的全域最佳解，即最小周程時間為15分鐘，並將其求解結果整理成報表(詳見附錄一)。

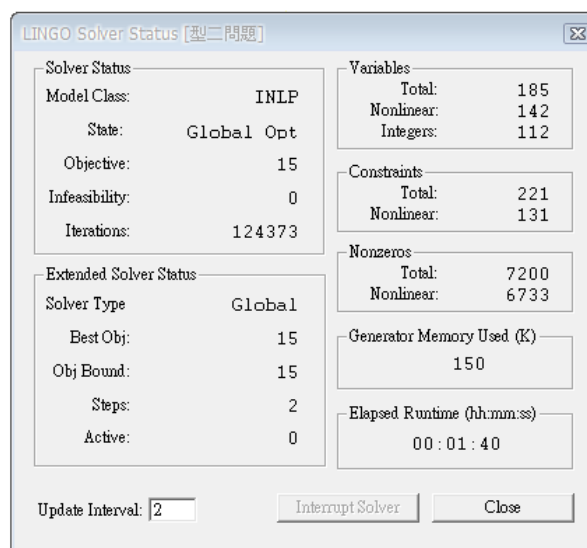


圖3 套裝軟體Lingo 9.0求解狀態

經由套裝軟體Lingo求解範例後，將報表中的作業時間(T)、最早開工時間(ES)以及最早完工時間(EF)，整理成圖4所示：工作單元1、2、3及6佈置到工作站1；工作單元4及5佈置到工作站2；工作單元7及8佈置到工作站3；工作單元10佈置到工作站4；工作單元11佈置到工作站5；工作單元9佈置到工作站6；工作單元12、13及16佈置到工作站7；工作單元14及15佈置到工作站8。

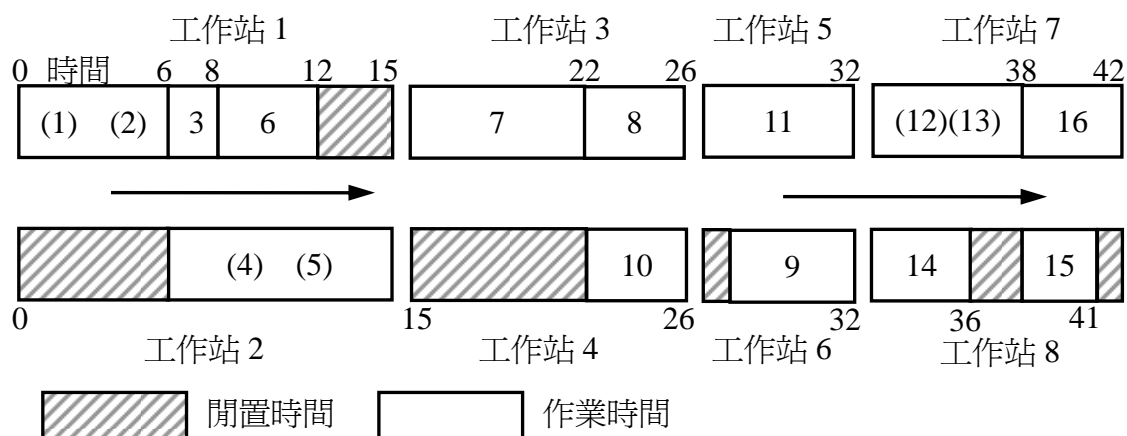


圖4 本範例的求解結果

資料來源：本研究整理，詳見附錄一

且在考量工作單元允許同步生產的情況下，顯示該佈置擁有最小之周程時間為15分鐘，即工作站1與2生產15單位時間後，就會將產品送至下個工作站3與4生產。且工作單元1、2、3及6佈置到工作站1中，由於工作單元1和2為網路先行圖的開頭，沒有優先順序關係的限制，可以同時作業，故放在同一工作站內，另外工作單元4、5以及工作單元12、13亦是相同情形。其中工作單元9可直接從工作單元10完成後立刻生產，但為配合同步生產，所以在工作單元9生產之前會有一段閒置時間，使得工作站5與6的完工時間都為32單位時間。由上可知，工作單元6、14及15，亦為相同情形，故可供決策者在生產決策時調整之用。

## 伍.結論與建議

本研究主要是建構一個整數非線性規劃(INLP)數學模型來描述雙邊生產線平衡之型二問題情形，並進行求解、取得最佳解。因此，在給定工作單元與工作站等參數，且允許相同工作位置中可同步作業的工作單元進行同步生產之情況下，應用套裝軟體Lingo 9.0的語法將問題具體化，描述為一個數學模型加以求解，並取得最佳解，以期達到最小周程時間之目標，故可提供生產線設計人員在工作單元佈置時之參考方向。

本研究之貢獻乃是運用套裝軟體Lingo 9.0的語法，加以建構為一個整數非線性規劃(INLP)數學模型，並透過內建之Global Solver加以運算、求解，取得最佳解。但由於雙邊生產線平衡問題與其他的生產線平衡問題一樣，都是屬於組合最佳化的NP-hard問題(Bartholdi, 1993)，使用套裝軟體Lingo求解所需耗費的求解時間相當冗長，因此可配合啟發式演算法來求得最佳解的近似解，以有效地解決隨著雙邊生產線平衡問題複雜度的增加而求解所需的時間就更加冗長之困境。本研究不同以往學者的研究大多集中於使用啟發式演算法求解問題，且啟發式演算法通常僅適用於單一個案並不具有使用彈性；亦

#### 8 有限空間下之自動化雙邊生產線平衡

即當擁有雙邊生產線平衡之工作單元數目與其作業時間、操作方位、優先順序及工作站數目等參數，將其輸入本數學模型中進行求解，可取得最佳解；並且在套裝軟體Lingo 9.0求解後，可依照報表所得之資訊，將工作單元逐一佈置到雙邊生產線之工作站中。因此，本研究具有高度的重現性與實務應用上的價值。

再者，本研究亦嘗試將各相同工作位置中可同步作業的工作單元進行同步化的考量，可有效地減少工作單元在進行生產活動時所產生的等待時間；且本研究考量同步作業下之生產線與未考量同步作業的生產線相比，更能有效地減少生產線設計人員在佈置生產機台時所需耗費的廠房空間。此外，對於近年來零工生產時代的來臨，並在廠房空間的侷限下，對於擁有較小佈置空間的雙邊生產線需求也逐漸增加。綜言之，本研究能使製造者不致低估其生產率及高估空間使用率。

本研究僅針對雙邊生產線平衡之生產活動進行探討，但隨著實務應用的不同需求，未來研究可加入機台維修、物料補充等工作單元或是進行多訂單、多樣化產品等相關研究。此外，對於固定生產周程限制下的型一問題，也是未來研究可考量的研究方向。



## 陸、參考文獻

- [1]方世榮譯, Mikell P. Groover 著, 自動化生產系統及電腦整合製造, 台北, 曉園出版社, 1991。
- [2]吳爾飛、金燁、汪崢, 2005, “雙邊裝配線第二類平衡問題研究”, *計算機集成製造系統*, 第 11 卷・第 11 期, 2005: 頁 1604-1608。
- [3]傅和彥, 生產與作業管理: 建立產品於服務標竿(第四版), 台北: 前程文化, 2005。
- [4]Bartholdi, J., “Balancing two-sided assembly lines: a case study,” *International Journal of Production Research*, (31), 1993: pp.2447-2461.
- [5]Erel, E. and Gokcen, H., “Shortest-route formulation of mixed-model assembly line balancing problem,” *European Journal of Operational Research*, (116), 1999: pp.194-204.
- [6]Haq, A.N., Jayaprakash, J. and Rengarajan, K., “A hybrid genetic algorithm approach to mixed-model assembly line balancing,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (28), 2006: pp.337-341.
- [7]Kim, Y.K., Kim, Y. and Kim, Y.J., “Two-sided assembly line balancing, a genetic algorithm approach,” *Production Planning and Control*, (11), 2000: pp.44-53.
- [8]Kim, Y.K., Song, W.S. and Kim, J.H., “A mathematical model and a genetic algorithm for two-sided assembly line balancing,” *Computers & Operations Research*, (36:3), 2009: pp.853-865.
- [9]Ozcan, U. and Toklu, B., “Multiple-criteria decision-making in two-sided assembly line balancing: a goal programming and a fuzzy goal programming models,” *Computers & Operations Research*, (36:6), 2009: pp.1955-1965.

## 附錄一

Variable	Value	Reduced Cost
CYCTIME	15	0
LTASK	17	0
T( 1)	6	0
T( 2)	5	0
T( 3)	2	0
T( 4)	9	0
T( 5)	8	0
T( 6)	4	0
T( 7)	7	0
T( 8)	4	0
T( 9)	5	0
T( 10)	4	0
T( 11)	6	0
T( 12)	5	0
T( 13)	6	0
T( 14)	4	0
T( 15)	3	0
T( 16)	4	0
T( 17)	0	0
ES( 1)	0	0
ES( 2)	0	0
ES( 3)	6	0
ES( 4)	6	0
ES( 5)	5	0
ES( 6)	8	0
ES( 7)	15	0
ES( 8)	22	0
ES( 9)	27	0
ES( 10)	22	0
ES( 11)	26	0
ES( 12)	33	0
ES( 13)	32	0
ES( 14)	32	0
ES( 15)	38	0
ES( 16)	38	0
ES( 17)	42	0
EF( 1)	6	0

EF( 2)	5	0
EF( 3)	8	0
EF( 4)	15	0
EF( 5)	13	0
EF( 6)	12	0
EF( 7)	22	0
EF( 8)	26	0
EF( 9)	32	0
EF( 10)	26	0
EF( 11)	32	0
EF( 12)	38	0
EF( 13)	38	0
EF( 14)	36	0
EF( 15)	41	0
EF( 16)	42	0
EF( 17)	42	0

## 12 有限空間下之自動化雙邊生產線平衡